

The Use of a Fuzzy Multi-Objective Linear Programming Model to Achieve a Balanced Optimal Solution of the Traveling Salesman Problem with Case Study (Iraq)

Mohammed Saad Ibrahim Mohammed

Ministry of Higher Education & Scientific Research

Blackhawk_is@yahoo.com

ARTICLE INFO

Submission date: 10/ 4/2018

Acceptance date: 18/4 /2018

Publication date: 1/6/2019

Abstract

Traveling Salesman Problem (TSP) is one of the most important Integer Programming Problems (IPP) in the field of Operations Research (OR) and Artificial Intelligence (AI), this problem has been discussed under different titles and has been solved using different methods, but not limited to; Genetic Algorithms (GA), Linear Programming (LP) and Fuzzy Linear Programming (FLP). But the majority of these research has taken special case studies and virtual examples where the number of nodes is very small and doesn't exceed five nodes in often and it is known that this number does not represent a realistic solution to the problems of the real world; as well as that this research did not explain in detail how to solve (TSP) by using Fuzzy Multi-Objective Linear Programming (FMOLP) with sub-tours. From this point of view, this research has been resolved (TSP) in all cities of Iraq (18 cities) by using the approach of (max-min) where associated with (FMOLP) model, real-world problems are characterized by multi-objective, and most of the information available about real-life systems is in a uncertainty environment, thus, fuzzy methods have been designed to deal with such problems by finding optimal solutions for models that include multi-objective function or fuzzy parameters. We found the optimal solution for the search model based on the readymade program (*Win QSB*) respective of operational research applications.

Keywords: Traveling Salesman Problem, fuzzy logic, multi-objective linear programming, fuzzy multi-objective linear programming

استخدام نموذج البرمجة الخطية الضبابية متعددة الأهداف لتحقيق حل أمثل متوازن لمشكلة البائع المتجول مع تطبيق عملي (العراق)

محمد سعد ابراهيم محمد

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

الخلاصة

تعد مشكلة البائع المتجول (TSP) واحدة من مشاكل البرمجة الصحيحة (IPP) المهمة في مجال بحوث العمليات (OR) والذكاء الصناعي (AI)، إذ تم بحث هذه المشكلة تحت عناوين متعددة وتم حلها باستخدام اساليب مختلفة فعلى سبيل المثال لا الحصر؛ الخوارزميات الجينية (GA)، البرمجة الخطية (LP) والبرمجة الخطية الضبابية (FLP). لكن غالبية هذه البحوث درست حالات دراسية خاصة وامثلة افتراضية يكون فيها عدد العقد صغيراً جداً لا يكاد يتجاوز خمسة عقد في الغالب ومن المعلوم ان هذا العدد لايمثل حلاً واقعياً لمشاكل العالم الحقيقي؛ فضلاً عن ان هذه البحوث لم تتطرق بشكل مفصل الى كيفية حل (TSP) باستخدام البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف مع وجود جولات فرعية. ومن هذا المنطلق، فقد تم في هذا البحث القيام بحل (TSP) في كافة مدن العراق (18 مدينة) من خلال استخدام اسلوب (max-min) الخاص بنموذج البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف، حيث تتميز مشاكل العالم الحقيقي بتعدد الاهداف فضلاً عن ان غالب المعلومات المتوفرة عن انظمة الحياة الواقعية تكون ضمن بيئة ضبابية، لذا فقد تم تصميم الطرق الضبابية للتعامل مع هكذا مشاكل من خلال إيجاد الحلول المثلى للنماذج التي تتضمن دوال اهداف متعددة أو معاملات ضبابية (Fuzzy Parameters). تم ايجاد الحل الامثل للنموذج مدار البحث بالاعتماد على البرنامج الجاهز (Win QSB) والخاص بتطبيقات بحوث العمليات.

الكلمات الدالة: مشكلة البائع المتجول، المنطق الضبابي، البرمجة الخطية متعددة الاهداف، البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف

1. المقدمة والهدف

تُعدُّ مشكلة البائع المتجول (TSP) واحدة من أهم المشاكل الرياضية المختصة بعلم التعقيد الحسابي ومشاكل الامثلية التوافقية المعقدة، حيث يمكن توصيف المشكلة من خلال وصول بائع (أو تاجر) إلى دولة فيها (n) من المدن ويرغب هذا البائع بأن يقوم بزيارة كل مدينة في الدولة التي وصل إليها مرةً واحدة فقط (أي بمعنى: لا يمر بالمدينة نفسها مرتين) وبأقل وقت ومسافة ممكنة بين المدن ومن ثم يعود في النهاية إلى المدينة الأولى التي انطلق منها. على الرغم من سهولة عرض هذه المشكلة إلا انه قد تبين مدى صعوبة هذه المشكلة في حال تزايد عدد المدن، أي كلما كان عدد المدن كبيراً كلما اصبح حل المشكلة معقداً من حيث ايجاد المسار الاقصر والوقت الاقل. إن الهدف الاساس لصانع القرار (DM) هو ايجاد اقصر مسافة بين المدن مع أقل مدة زمنية ممكنة وهذا يؤدي في النهاية إلى نموذج الامثلية متعددة الاهداف ذات التخفيض الاقصى لمشكلة البائع المتجول، حيث يتم تمثيل كل هدف في بعد متميز ((Distinct Dimension (DD)).

من هذا المنطلق، ولكي يتم صنع القرار الامثل لمشكلة البائع المتجول متعددة الاهداف (MOTSP) وذلك لتحديد النقاط ذات الابعاد (k) والخاصة بفضاء الحلول الممكنة (Feasible Solution) للمشكلة والتي تمتلك الحد الادنى من القيم الممكنة وفقاً لجميع الابعاد. إن الانحراف المسموح به عن القيمة المحددة للبعد الهيكلية قد يكون كبيراً جداً وذلك لأن البائع المتجول يمكن ان يواجه بعض الحالات التي لايستطيع فيها تحقيق

اهدافه كاملة، لذا يجب أن تكون هنالك مجموعة من البدائل التي يستطيع من خلالها إختيار البديل الأمثل الذي يلي مستوى طموحه وهذه الحالات أنفة الذكر لايمكن التعامل معها باستخدام اسلوب البرمجة التقليدية. علاوة على ذلك، في (TSP) يتخذ البائع قراراً باختيار المسار الامثل والممكن بين أي من المدينتين بالاعتماد على الاجراءات (أو المقاييس) المتوقعة، لكن في معظم مشاكل العالم الحقيقي لايمكن ان تكون دائماً جميع القيود والمصادر ممثلة بشكل واضح وإنما تكون غامضة؛ وهذا يؤدي إلى مفهوم المنطق الضبابي الذي نستطيع من خلاله محاكاة عملية التفكير البشري وصنع القرارات استناداً إلى بيانات غامضة أو غير دقيقة والبرمجة الضبابية أحادية الهدف أو متعددة الاهداف تعطي منهجية متكاملة لحل المشاكل في البيئة الغامضة. لذا تم في هذا البحث اقتراح نموذج جديد لحل (MOTSP) الضبابية وإيجاد الحل الامثل والممكن (Optimal & Feasible) لها من خلال هذا النموذج.

1.1. مشكلة البحث

إن مشكلة البحث تتمثل في كيفية بناء نموذج ضبابي متعدد الاهداف لإيجاد امثل مسار ممكن من ناحية (المسافة والوقت) لمشكلة البائع المتجول في العراق، إذ إن طريقة تحديد عدد المسارات الممكنة باستخدام الصيغة الرياضية التقليدية يعتبر أمر معقد وشاق، حيث إن عدد العقد عبارة عن 18 عقدة وهي عدد مدن العراق اي ان $[n-1]! = (18-1)! = 17! = 355687428096000$ وهو عدد المسارات الممكنة وهذا يعدُّ عدداً كبيراً جداً فضلاً عن كون المشكلة متعددة الاهداف، لذا سيتم بناء نموذج ضبابي متعدد الاهداف لإيجاد امثل مسار ممكن يتم من خلاله تحقيق اهداف المشكلة. وكذلك تكمن صعوبة البحث من خلال إيجاد مجموعة الحلول المهيمنة (أو: مجموعة باريتو (Pareto Set (PS) التي ترضي طموح صانع القرار من حيث تقليل المسافة والوقت معاً بشكل أمثل وممكن.

2.1. الاستعراض المرجعي

لقد تمكن بعض الباحثين من معالجة مشكلة البائع المتجول للامثلية متعددة الاهداف، حيث استخدم كل من [1] اسلوب التفرع والتحديد لحل (TSP) مع وجود دالتي هدف، وتمكن العالمان [2] من تطبيق منهج الاستدلال الثاني والثالث للحصول على أقصى ترتيب لـ (TSP)؛ واستطاع [3] من القيام بتحليل اساليب مختلفة لـ (TSP) وكذلك لبعض متغيراته. وأقترح العالم [4] اسلوب التحليل للقيام بحل (TSP) ذات الهدفين، إذ أخذ الهدف الاول وهو عبارة عن طول الطريق والهدف الثاني هو الاختناق المروري، حيث يتم الحصول على كلا الهدفين من مصفوفة التكاليف نفسها، واستخدم [5] طريقة التفرع والتحديد مع مخطط متعدد العلامات لتتبع جولات باريتو المثلى. أقترح [6] خوارزمية جديدة تعتمد على القيد (ϵ) لحل (TSP) ذات المعيار الثنائي، واقترح [7] خوارزمية تقريبية مع اسوأ اداء للحالة المقيدة؛ واستخدم العالمان Hansen و [8] برمجة الاوزان المجموعة لدراسة اعظم تقعر لـ (MOTSP). [9] اقترح الباحثون طريقة باريتو الصغرى للبحث، والتي تمتد من خوارزمية البحث الصغرى لـ (TSP) احادية الهدف الى الحالة ثنائية الهدف حيث تقوم هذه الطريقة باستخدام اسلوب الارشفة للقيام بعملية خزن الحلول المهيمنة التي تم الحصول عليها اثناء عملية البحث؛ واقترح العالم [10] خوارزمية مستعمرة النحل الاصطناعية لحل (MOTSP)، إذ تصنف هذه الخوارزمية ضمن الذكاء الاصطناعي لاسيما في موضوع ذكاء السرب، وقدم كل من [11] خوارزميات التقريب العشوائية للمعايير المتعددة لحل (TSP) في حالة التعظيم الاقصى. [12] أقترحوا طريقة جديدة تدعى مرحلتي باريتو للبحث المحلي والتي

تهدف إلى الحصول على مجموعة من الحلول التقريبية الفعالة لـ (MOTSP)، وقدم [13] تقنية حل جديدة لـ (MOTSP) تحت البيئة الضبابية الحدسية؛ واقتراح كل من [14] حلاً جديداً باستخدام أسلوب عدم اليقين وذلك بالاعتماد على النظرية الضبابية للحصول على طريق باريتو الكفوء لمشكلة البائع المتجول الضبابية متعددة الاهداف؛ وبنى [15] نموذجاً رياضياً للقيود الغامضة ذات التغطية الصلبة لـ (MOTSP) مع الموثوقية واعتمدوا في بناء النموذج على التغطية العامة لمشكلة البائع في البيئة الضبابية، حيث عدّ وقت الرحلة وكلفتها والمسافة التي يجب تغطيتها بين اي عقدتين على الشبكة معلمات ضبابية.

2. مشكلة البائع المتجول متعددة الاهداف (MOTSP)

سيتم في هذا البحث بناء نموذج رياضي إلى (MOTSP) بالاعتماد على النموذج الاصلي لمشكلة البائع المتجول ذات الهدف الواحد (SOTSP) [21]. لنعتبر إن هنالك هدفين يسعى صانع القرار لتحقيقهما معاً، الهدف الاول f_1 ، يتمثل في تقليل المسافة؛ والهدف الثاني f_2 ، يتمثل في تقليل الوقت؛ و n ، يمثل عدد المدن؛ و x_{ij} ، يمثل متغيرات القرار الثنائية والتي تساوي قيمتها (واحد) اذا كانت هنالك رحلة من المدينة i إلى المدينة j وتساوي (صفر) إذا لم تكن هنالك رحلة؛ أي بمعنى آخر،

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if city (j) is reached from city (i);} \\ 0, & \text{if city (j) isn't reached from city (i);} \end{cases}$$

d_{ij} ، t_{ij} ؛ تمثل المسافة والزمن على التوالي للرحلة من المدينة i إلى المدينة j . يمكن الآن صياغة النموذج الرياضي لـ (MOTSP) كما مبين في أدناه:

$$\left. \begin{aligned} \text{Min } f_1(x) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}, \quad d_{ij} = \infty; \quad \forall (i = j) \\ f_2(x) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij}, \quad t_{ij} = \infty; \quad \forall (i = j) \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1; \quad i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} &= 1; \quad j = 1, \dots, n \\ \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} &\leq |S| - 1, \quad S \subset N = \{1, \dots, n\}, \quad 2 \leq |S| \leq n/2 \\ x_{ij} &\in \{0, 1\}; \quad (i, j) = 1, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

حيث إن، $\left(\text{Min } \left\{ f_1(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}, f_2(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \right\} \right)$ ، يمثل تقليل المسافة والوقت الكلي للرحلة على التوالي؛ $\left(\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \right)$ ، يمثل مغادرة كل مدينة مرة واحدة فقط؛ $\left(\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \right)$ ، يمثل زيارة كل مدينة مرة واحدة فقط؛ $\left(\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \right)$ ، يمثل قيوداً يقوم بحذف اي جولة فرعية (S) إن وجدت في حل النموذج؛ واخيراً فإن $x_{ij} \in \{0, 1\}$ تمثل متغيرات القرار الثنائية.

3. البرمجة الضبابية (FP)

يعدُّ نموذج البرمجة الضبابية واحداً من العديد من نماذج الامثلية التي تبحث عن تحقيق الامثلية في ظل عدم اليقين، ويمكن تطبيق هذا النموذج عندما تكون الحالات غير معرفة بشكل واضح وبالتالي تمتلك صفة عدم اليقين، أو ان القيمة الدقيقة غير حاسمة للمشكلة. ويمكن استخدام نموذج البرمجة الضبابية في حل مشكلة البرمجة الخطية متعددة الاهداف من خلال المستوى العام المرضي للموازنة (α) والذي يقلل التضارب الحاصل بين الاهداف حيث يقوم النموذج بتحسين جميع الاهداف الى حد ما يكون مرضي لصانع القرار، وهذا ما سيتم توضيحه لاحقاً في هذا البحث والمتمثل في كيفية تحقيق الامثلية باستخدام نموذج البرمجة الخطية الضبابية إلى (MOTSP).

1.3. المجموعات الضبابية ودوال الانتماء

يعد العالم [22] أول من عرض مفهوم المجموعات الضبابية ودوال الانتماء؛ زيادةً على ذلك، وبناءً على هذا المفهوم، قدم العالمان [23] نظرية القرار الضبابية التي تقوم بصنع القرار الامثل ضمن البيئة الغامضة مع مجموعة القرار التي تقوم بتوحيد (الاهداف والقيود) الضبابية. تختلف نظرية المجموعة الضبابية عن نظرية المجموعة التقليدية، حيث لا يوجد مفهوم ينتمي العنصر أو لا ينتمي الى المجموعة وانما هنالك مفهوم ان العنصر ينتمي أو لا ينتمي بدرجة تكون قيمتها بين الصفر والواحد تحدها دالة تسمى دالة الانتماء الضبابية. يمكن الآن تعريف المجموعة الضبابية بالشكل الآتي [24]، ليكن X عبارة عن المجموعة الشاملة والتي يرمز الى عنصرها العام بالرمز x ، ولتكن المجموعة الضبابية A في X عبارة عن مجموعة الأزواج المرتبة $A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X\}$ ، حيث إن: $\mu_A(x)$ يمثل دالة الانتماء (أو درجة الانتماء) الى $x \in X$ معرفة على الفترة الحقيقية $[0,1]$. إن المجموعة الضبابية A في المجموعة X تتميز من خلال دالة انتمائها $\mu_A(x)$ إذ ترتبط هذه الدالة مع كل عنصر في المجموعة X وكذلك تكون قيمها (اي الدالة) اعداد حقيقية موجبة تقع في الفترة $[0,1]$ ، حيث تمثل قيمة $\mu_A(x)$ عند x درجة انتماء x في المجموعة الضبابية A ؛ وهكذا تكون اقرب قيمة $\mu_A(x)$ إلى الواحد وهي تُعدُّ أعلى قيمة انتماء لـ x في المجموعة الضبابية A .

2.3. البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف (FMOLP)

طبَّق العالمان [23] مفهوم المجموعات الضبابية لنظرية صنع القرار من خلال النظر بالتضارب الحاصل بين معادلة القيود ومعادلة الهدف للبرمجة العامة، إذ اقترحوا طريقة عمليات max-min لتحديد القرار الامثل من الحلين، وقام [25] بعرض نظرية المجموعة الضبابية في مشكلة البرمجة الخطية التقليدية وجنباً إلى جنب عرض ايضاً نموذج البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف. إن البرمجة الخطية الضبابية التي استخدمها Zimmermann في الدراسة هي البرمجة التي تستخدم اسلوب (أو عملية) max-min لتحويل الاهداف المتعددة الى هدف واحد وكما يلي:

$$\left. \begin{array}{l} \max_x \alpha \\ s.t. \quad \alpha \leq \mu_{G_i}(x) = \frac{f_i(x) - f_i^{lower(L)}(x)}{f_i^{upper(U)}(x) - f_i^{lower(L)}(x)}, \quad i = 1, 2, \dots, k \\ Ax \leq b : 0 \leq \alpha \leq 1 : x \geq 0. \end{array} \right\} \quad (8)$$

حيث إن: (α) ، عبارة عن معامل يمثل الحد الأقصى لمستوى الانجاز؛ $(G_i, i = 1, 2)$ ، تمثل دالتي الهدف في مشكلة البحث (المسافة $f_1(x)$ والوقت $f_2(x)$)؛ $\mu_{G_i}(x)$ ، تمثل دالة الانتماء ويمكن التعبير عنها بالآتي

$$\text{تمثل } (f_i^{(L)}, f_i^{(U)}) \text{ ، } \left\{ \mu_{G_i}(x) = \begin{cases} 0, & f_i(x) \leq f_i^{(L)}(x) \\ \frac{f_i(x) - f_i^{(L)}(x)}{f_i^{(U)}(x) - f_i^{(L)}(x)}, & f_i^{(L)}(x) \leq f_i(x) \leq f_i^{(U)}(x) \\ 1, & f_i^{(U)}(x) \leq f_i(x) \end{cases} \right\}$$

الحد الاعلى والحد الادنى على التوالي لدوال الهدف؛ واخيراً فإن $(Ax \leq b)$ ، عبارة عن مجموعة الحلول الممكنة.

3.3. نموذج البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف لمشكلة البائع المتجول

يتمثل الهدف الاكثر تكراراً ل(TSP) هو في كيفية تحديد النظام الامثل لزيارة جميع المدن بحيث يتم تقليل المسافة الكلية، لكن نعداً إن صانع القرار يبحث عن تحديد الحل الامثل ليس بالنسبة للمسافة فقط ولكن ايضاً بالنسبة للوقت، هنا سنواجه مشكلة متعددة الاهداف يمكن بناء نموذج رياضي مقترح لها يطلق عليه "البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف ل(TSP)" بالاعتماد على النماذج (7، 8) حيث يمكن صياغته بالشكل الآتي:

$$\left. \begin{aligned} & \max_x \alpha \\ & \text{s.t. } \alpha \leq \mu_{G_i}(x) = \frac{f_i(x) - f_i^{(L)}(x)}{f_i^{(U)}(x) - f_i^{(L)}(x)}, i = 1, 2, \dots, k \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; i = 1, \dots, n : \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1; j = 1, \dots, n \\ & \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, S \subset N, 2 \leq |S| \leq n/2, \\ & 0 \leq \alpha \leq 1 : x_{ij} \in \{0, 1\}; (i, j) = 1, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

جميع تفاصيل النموذج اعلاه ذكرت في الفقرات السابقة (4.2 ، 2.3)، وسيتم لاحقاً في الفقرة (1.4) توضيح كيفية استخدام النموذج المقترح لتحقيق الحل الامثل وبالتفصيل.

4. الجانب التطبيقي

نعداً إن هنالك بائعاً (أو تاجراً) متجولاً يبدأ رحلته من مدينته الأم وهي البصرة، ليزور سبع عشرة مدينة لمرة واحدة فقط ومن ثم يعود إلى مدينته الأم أي البصرة مع الأخذ بالحسبان في كيفية تحقيق الامثلية لأقصر مسافة يستطيع ان يقطعها البائع للوصول إلى اي مدينة وبأقل وقت ممكن. تم الحصول على البيانات الخاصة بالمسافات بين المدن عن طريق (وزارة النقل العراقية/ لجنة تنظيم شؤون النقل)، أما البيانات الخاصة بالوقت فقد تم الحصول عليها من خلال الموقع الالكتروني (<https://www.google.com/maps/dir/>)، وتم تمثيل هذه البيانات كما في الجداول المبينة في ادناه.

الجدول رقم (1) المسافة (d) بالكيلومتر، والوقت (t) بالدقائق بين المدن العراقية (من مدينة البصرة الى مدينة النجف)

النجف		الناصرية		العمارة		الساوة		الديوانية		البصرة		j	i
6		5		4		3		2		1			
t	d	t	d	t	d	t	d	t	d	t	d		
270	476	150	208	130	182	180	313	220	402	∞		1	البصرة
85	65	140	194	200	546	100	89	∞		220	402	2	الديوانية
130	155	90	105	230	489	∞		100	89	180	313	3	الساوة
250	527	140	384	∞		230	489	200	546	130	182	4	العمارة
190	258	∞		140	384	90	105	140	194	150	208	5	الناصرية
∞		190	258	250	527	130	155	85	65	270	476	6	النجف
180	333	130	187	130	197	180	292	130	353	250	377	7	الكوت
65	78	220	317	280	484	180	212	140	123	300	524	8	كربلاء
60	61	170	275	230	466	140	170	100	81	250	483	9	الحلة
220	271	290	485	340	476	260	380	220	291	370	659	10	الرمادي
140	161	210	375	250	366	180	271	140	181	290	549	11	بغداد
200	277	270	441	290	432	240	336	200	247	350	605	12	بعقوبة
340	416	410	630	430	621	380	525	340	436	490	804	13	كركوك
280	336	350	550	390	451	320	445	280	467	430	724	14	تكريت
440	492	500	706	490	697	480	601	430	512	580	880	15	السليمانية
420	511	490	725	510	716	460	620	410	521	560	899	16	اربيل
470	557	540	771	560	762	510	666	470	577	620	945	17	الموصل
550	626	620	840	640	831	590	735	550	646	700	1014	18	دهوك

الجدول رقم (2) المسافة (d) بالكيلومتر والوقت (t) بالدقائق بين المدن العراقية (من مدينة الكوت الى مدينة بعقوبة)

بعقوبة		بغداد		الرمادي		الحلة		كربلاء		الكوت		j	i
t	d	t	d	t	d	t	d	t	d	t	d		
350	605	290	549	370	659	250	483	300	524	250	377	1	البصرة
200	247	140	181	220	291	100	81	140	123	130	353	2	الديوانية
240	336	180	271	260	380	140	170	180	212	180	292	3	السماوة
290	432	250	366	340	476	230	466	280	484	130	197	4	العصارة
270	441	210	375	290	485	170	275	220	317	130	187	5	الناصرية
200	277	140	161	220	271	60	61	65	78	180	333	6	النجف
190	238	150	172	240	282	140	272	180	280	∞		7	الكوت
170	184	110	108	160	218	60	42	∞		180	280	8	كربلاء
160	166	100	100	180	210	∞		60	42	140	272	9	الحلة
160	176	110	110	∞		180	210	160	218	240	282	10	الرمادي
75	66	∞		110	110	100	100	110	108	150	172	11	بغداد
∞		75	66	160	176	160	166	170	184	190	238	12	بعقوبة
170	215	220	255	250	356	300	355	310	372	330	427	13	كركوك
170	241	160	175	170	285	240	275	250	293	290	347	14	تكريت
260	367	310	381	350	442	210	431	410	449	380	503	15	السليمانية
240	308	290	350	320	460	370	471	390	468	400	552	16	اربيل
300	393	350	396	370	508	430	496	440	504	460	566	17	الموصل
370	351	430	465	440	575	510	565	520	583	540	367	18	دهوك

الجدول رقم (3) المسافة (d) بالكيلومتر والوقت (t) بالدقائق بين المدن العراقية (من مدينة كركوك الى مدينة دهوك)

دهوك		الموصل		اربيل		السليمانية		تكريت		كركوك		j	
18		17		16		15		14		13		i	
t	d	t	d	t	d	t	d	t	d	t	d		
700	1014	620	945	560	899	580	880	430	724	490	804	1	النجف
550	646	470	577	410	521	430	512	280	467	340	436	2	الديوانية
590	735	510	666	460	620	480	601	320	445	380	525	3	السمامة
640	831	560	762	510	716	490	697	390	451	430	621	4	العمارة
620	840	540	771	490	725	500	706	350	550	410	630	5	الناصرية
550	626	470	557	420	511	440	492	280	336	340	416	6	النجف
540	367	460	566	400	552	380	503	290	347	330	427	7	الثوت
520	583	440	504	390	468	410	449	250	293	310	372	8	كربلاء
510	565	430	496	370	471	210	431	240	275	300	355	9	الحلة
440	575	370	508	320	460	350	442	170	285	250	356	10	الرمادي
430	465	350	396	290	350	310	381	160	175	220	255	11	بغداد
370	351	300	393	240	308	260	367	170	241	170	215	12	بعقوبة
240	248	160	177	80	93	100	109	110	112	∞	∞	13	كركوك
300	290	230	221	180	205	200	221	∞	∞	110	112	14	تكريت
300	355	250	286	170	202	∞	∞	200	221	100	109	15	السليمانية
170	153	90	84	∞	∞	170	202	180	205	80	93	16	اربيل
90	59	∞	∞	90	84	250	286	230	221	160	177	17	الموصل
∞	∞	90	59	170	153	300	355	300	290	240	248	18	دهوك

1.4. بناء نموذج رياضي لم (MOTSP) الضبابية

سيتم بناء نموذج البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف لحل مشكلة البائع المتجول في العراق بالاعتماد على الجداول (1، 2 و 3) المذكورة آنفاً وكما مبين في أدناه.
أولاً. متغيرات القرار:

لنفرض إن x_{ij} ، يمثل متغيرات القرار من المدينة (i) إلى المدينة (j) أي بمعنى أدق،

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if city (j) is reached (or visited) from city (i);} \\ 0, & \text{if city (j) isn't reached (or visited) from city (i).} \end{cases}$$

ثانياً. دوال الهدف:

تم صياغة دوال الهدف f_1 و f_2 على اساس المسافة والوقت على التوالي، حيث يمكن تمثيل هذه الدوال رياضياً بالشكل الآتي:

• دالة الهدف الخاصة بتقليل المسافة $f_1(x) = \sum_{i=1}^{18} \sum_{j=1}^{18} d_{ij} x_{ij}$ ،

$$\begin{aligned} \text{Min } f_1(x) = & 402x_{1,2} + 313x_{1,3} + 182x_{1,4} + 208x_{1,5} + 476x_{1,6} + 377x_{1,7} + 524x_{1,8} + 483x_{1,9} \\ & + 659x_{1,10} + 549x_{1,11} + 605x_{1,12} + 804x_{1,13} + 724x_{1,14} + 880x_{1,15} + 899x_{1,16} \\ & + 945x_{1,17} + 1014x_{1,18} + \dots + 1014x_{18,1} + 646x_{18,2} + 735x_{18,3} + 831x_{18,4} + \\ & 840x_{18,5} + 626x_{18,6} + 367x_{18,7} + 583x_{18,8} + 565x_{18,9} + 575x_{18,10} + 465x_{18,11} + \\ & 351x_{18,12} + 248x_{18,13} + 290x_{18,14} + 355x_{18,15} + 153x_{18,16} + 59x_{18,17} \end{aligned}$$

• دالة الهدف الخاصة بتقليل الوقت $f_2(x) \sum_{i=1}^{18} \sum_{j=1}^{18} t_{ij} x_{ij}$

$$\begin{aligned} \text{Min } f_2(x) = & 220x_{1,2} + 180x_{1,3} + 130x_{1,4} + 150x_{1,5} + 270x_{1,6} + 250x_{1,7} + 300x_{1,8} + 250x_{1,9} \\ & + 370x_{1,10} + 290x_{1,11} + 350x_{1,12} + 490x_{1,13} + 430x_{1,14} + 580x_{1,15} + 560x_{1,16} \\ & + 620x_{1,17} + 700x_{1,18} + \dots + 700x_{18,1} + 550x_{18,2} + 590x_{18,3} + 640x_{18,4} + \\ & 620x_{18,5} + 550x_{18,6} + 540x_{18,7} + 520x_{18,8} + 510x_{18,9} + 440x_{18,10} + 430x_{18,11} + \\ & 370x_{18,12} + 240x_{18,13} + 300x_{18,14} + 300x_{18,15} + 170x_{18,16} + 90x_{18,17} \end{aligned}$$

ثالثاً. قيود المشكلة:

يمكن تمثيل قيود المشكلة بالشكل التالي:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{18} x_{(i=1)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=2)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=3)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=4)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=5)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=6)j} = 1, \\ \sum_{j=1}^{18} x_{(i=7)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=8)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=9)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=10)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=11)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=12)j} = 1, \\ \sum_{j=1}^{18} x_{(i=13)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=14)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=15)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=16)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=17)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=18)j} = 1. \\ \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=1)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=2)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=3)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=4)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=5)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=6)} = 1, \\ \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=7)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=8)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=9)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=10)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=11)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=12)} = 1, \\ \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=13)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=14)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=15)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=16)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=17)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=18)} = 1. \end{aligned}$$

رابعاً. دوال الانتماء:

إن بناء دوال الانتماء الخاصة بمشكلة البحث $\{\mu_{G_2}(x), \mu_{G_1}(x)\}$ ، يعتمد بشكل جوهري على مجموعة باريتو المثلى (أو مجموعة الحلول المهيمنة) التي يتم الحصول عليها من خلال حل كل دالة هدف بشكل منفرد مع قيود المشكلة كنموذج برمجة خطية اعتيادية للحصول على قيمة $f_1(x)$ و $f_2(x)$ ؛ وكما مبين في ادناه.

• الحل الامثل وفقاً لدالة الهدف الاولى (المسافة) مع قيود المشكلة:

$$f_1(x) = 3388, \left\{ \begin{array}{l} x_{1,7}, x_{7,10}, x_{10,12}, x_{12,11}, x_{11,8}, x_{8,6}, x_{6,2}, x_{2,5}, x_{5,3}, \\ x_{3,9}, x_{9,15}, x_{15,18}, x_{18,17}, x_{17,16}, x_{16,13}, x_{13,14}, x_{14,4}, x_{4,1} \end{array} \right\} = 1;$$

• الحل الامثل وفقاً لدالة الهدف الثانية (الوقت) مع قيود المشكلة:

$$f_2(x) = 2395, \left\{ \begin{array}{l} x_{1,5}, x_{5,3}, x_{3,2}, x_{2,6}, x_{6,8}, x_{8,9}, x_{9,10}, x_{10,14}, x_{14,18}, \\ x_{18,17}, x_{17,16}, x_{16,15}, x_{15,13}, x_{13,11}, x_{11,12}, x_{12,7}, x_{7,4}, x_{4,1} \end{array} \right\} = 1;$$

((S) الحلول المثلى أعلاه لاتحتوي على جولة فرعية (S))

الجدول رقم (4) مجموعة باريتو المثلى

تعويض قيم متغيرات القرار المثلى التي تم الحصول عليها آنفاً من حل دوال الهدف f_1 و f_2 مع قيود المشكلة									$f_1(x)$	$f_2(x)$
$x_{1,7}$	$x_{7,10}$	$x_{10,12}$	$x_{12,11}$...	$x_{11,12}$	$x_{12,7}$	$x_{7,4}$	$x_{4,1}$		
1	1	1	1	...	0	0	0	1	3388	2755
0	0	0	0	...	1	1	1	1	2764	2395
$f_i^{upper(U)}(x) - f_i^{lower(L)}(x), i = 1, 2$									624	360

من خلال الجدول أعلاه يمكن الان بناء دوال الانتماء $\{\mu_{G_2}(x), \mu_{G_1}(x)\}$ وبالشكل الآتي:

• دالة الانتماء بالنسبة لدالة الهدف الاولى:

$$\mu_{G_1}(x) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \quad f_1(x) \leq f_1^{(L)}(x) \\ \frac{f_1(x) - f_1^{(L)}(x)}{f_1^{(U)}(x) - f_1^{(L)}(x)}, \quad f_1^{(L)}(x) \leq f_1(x) \leq f_1^{(U)}(x) \\ 1, \quad f_1^{(U)}(x) \leq f_1(x) \end{array} \right\}$$

⇓

$$\mu_{G_1}(x) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \quad f_1(x) \leq 2764 \\ \frac{f_1(x) - 2764}{624}, \quad 2764 \leq f_1(x) \leq 3388 \\ 1, \quad 3388 \leq f_1(x) \end{array} \right\}$$

• دالة الانتماء بالنسبة لدالة الهدف الثانية:

$$\mu_{G_2}(x) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \quad f_2(x) \leq f_2^{(L)}(x) \\ \frac{f_2(x) - f_2^{(L)}(x)}{f_2^{(U)}(x) - f_2^{(L)}(x)}, \quad f_2^{(L)}(x) \leq f_2(x) \leq f_2^{(U)}(x) \\ 1, \quad f_2^{(U)}(x) \leq f_2(x) \end{array} \right\}$$

⇓

$$\mu_{G_2}(x) = \begin{cases} 0, & f_2(x) \leq 2395 \\ \frac{f_2(x) - 2395}{360}, & 2395 \leq f_2(x) \leq 2755 \\ 1, & 2755 \leq f_2(x) \end{cases}$$

خامساً. نموذج البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف لمشكلة البائع المتجول
 بالاعتماد على الفقرات أعلاه (اولا ، ثانياً، ثالثاً ورابعاً) يمكن تمثيل نموذج البرمجة الخطية الضبابية
 متعددة الاهداف لمشكلة البائع المتجول مع اسلوب max-min بالشكل النهائي الآتي:

$$\left. \begin{aligned} & \max_x \alpha \\ & s.t. \alpha \leq \mu_{G_1}(x) = \frac{f_1(x) - 2764}{624} \quad (OR : f_1(x) - 624\alpha \leq 2764), \\ & \alpha \leq \mu_{G_2}(x) = \frac{f_2(x) - 2395}{360} \quad (OR : f_2(x) - 360\alpha \leq 2395), \\ & \sum_{j=1}^{18} x_{(i=1)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=2)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=3)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=4)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=5)j} = 1, \\ & \sum_{j=1}^{18} x_{(i=6)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=7)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=8)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=9)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=10)j} = 1, \\ & \sum_{j=1}^{18} x_{(i=11)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=12)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=13)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=14)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=15)j} = 1, \\ & \sum_{j=1}^{18} x_{(i=16)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=17)j} = 1, \sum_{j=1}^{18} x_{(i=18)j} = 1, \\ & \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=1)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=2)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=3)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=4)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=5)} = 1, \\ & \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=6)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=7)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=8)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=9)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=10)} = 1, \\ & \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=11)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=12)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=13)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=14)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=15)} = 1, \\ & \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=16)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=17)} = 1, \sum_{i=1}^{18} x_{i(j=18)} = 1, \\ & 0 \leq \alpha \leq 1; x_{ij} \in \{0,1\}; \quad (i, j) = 1, \dots, 18 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

تم حل النموذج باستخدام البرنامج الجاهز (Win QSB) [26]، وظهرت هنالك (6) جولات فرعية تم
 اضافتها كقيود لنموذج (10) أعلاه باستخدام صيغة حذف الجولات الفرعية $\left(\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \right)$ المذكورة
 آنفاً، وهي كما يلي:

$$S = \{1,4,7\}, S = \{2,3,5,6,9\}, S = \{8,10\}, S = \{11,12,14\}, S = \{13,16\}, S = \{15,17,18\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_{1,4} + x_{4,1} + x_{1,7} + x_{7,1} + x_{4,7} + x_{7,4} &\leq 2 \\ x_{2,6} + x_{6,2} + x_{2,9} + x_{9,2} + x_{3,5} + x_{5,3} + x_{3,9} + x_{9,3} + x_{6,5} + x_{5,6} &\leq 4 \\ x_{8,10} + x_{10,8} &\leq 1 \\ x_{11,12} + x_{12,11} + x_{11,14} + x_{14,11} + x_{12,14} + x_{14,12} &\leq 2 \\ x_{13,16} + x_{16,13} &\leq 1 \\ x_{15,17} + x_{17,15} + x_{15,18} + x_{18,15} + x_{17,18} + x_{18,17} &\leq 2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

بعد حل النموذج ظهرت (7) جولات فرعية تم اضافتها كقيود لنموذج (10) و (11) أعلاه، والجولات يمكن تمثيلها بالآتي:

$$S = \{1,4,7,8\}, S = \{2,6\}, S = \{3,5\}, S = \{9,10\}, S = \{11,12\}, S = \{14,16\}, \\ S = \{13,15,17,18\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_{1,4} + x_{4,1} + x_{1,7} + x_{7,1} + x_{4,8} + x_{8,4} + x_{7,8} + x_{8,7} &\leq 3 \\ x_{2,6} + x_{6,2} &\leq 1 \\ x_{3,5} + x_{5,3} &\leq 1 \\ x_{9,10} + x_{10,9} &\leq 1 \\ x_{11,12} + x_{12,11} &\leq 1 \\ x_{14,16} + x_{16,14} &\leq 1 \\ x_{13,15} + x_{15,13} + x_{13,18} + x_{18,13} + x_{15,17} + x_{17,15} + x_{17,18} + x_{18,17} &\leq 3 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

تم حل النموذج وظهرت (5) جولات فرعية تم اضافتها كقيود لنموذج (10، 11 و 12) أعلاه، والجولات يمكن تمثيلها كما يلي:

$$S = \{1,4\}, S = \{2,3,6,8,9,10,11,14,15\}, S = \{5,7\}, S = \{12,13,16\}, S = \{17,18\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_{1,4} + x_{4,1} &\leq 1 \\ x_{2,11} + x_{11,2} + x_{10,11} + x_{11,10} + x_{10,14} + x_{14,10} + x_{14,15} + x_{15,14} + x_{15,9} + \\ x_{9,15} + x_{3,9} + x_{9,3} + x_{3,8} + x_{8,3} + x_{8,6} + x_{6,8} + x_{2,6} + x_{6,2} &\leq 8 \\ x_{5,7} + x_{7,5} &\leq 1 \\ x_{12,13} + x_{13,12} + x_{12,16} + x_{16,12} + x_{16,13} + x_{13,16} &\leq 2 \\ x_{17,18} + x_{18,17} &\leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

بعد حل النموذج ظهرت (3) جولات فرعية تم اضافتها كقيود لنموذج (10، 11، 12 و 13) أعلاه، والجولات يمكن تمثيلها كما يلي:

$$S = \{1,4,5,7\}, S = \{2,3,6,8,9,10,11,12,14\}, S = \{13,15,16,17,18\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_{1,4} + x_{4,1} + x_{1,5} + x_{5,1} + x_{4,7} + x_{7,4} + x_{5,7} + x_{7,5} &\leq 3 \\ x_{2,12} + x_{12,2} + x_{12,9} + x_{12,9} + x_{9,14} + x_{14,9} + x_{14,10} + x_{10,14} + x_{10,11} + \\ x_{11,10} + x_{11,6} + x_{6,11} + x_{6,8} + x_{8,6} + x_{8,3} + x_{3,8} + x_{2,3} + x_{3,2} &\leq 8 \\ x_{13,15} + x_{15,13} + x_{15,17} + x_{17,15} + x_{17,16} + x_{16,17} + x_{16,18} + x_{18,16} + x_{13,18} + x_{18,13} &\leq 4 \end{aligned} \right\} (14)$$

تم حل النموذج وظهرت (3) جولات فرعية تم اضافتها كقيود لنموذج (10، 11، 12، 13 و 14) أعلاه،
والجولات يمكن تمثيلها كما يلي:

$$\left. \begin{aligned} S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,14\}, S = \{13,18\}, S = \{15,16,17\} \\ x_{1,4} + x_{4,1} + x_{4,7} + x_{7,4} + x_{7,12} + x_{12,7} + x_{12,9} + x_{9,12} + x_{10,9} + x_{9,10} + \\ x_{10,14} + x_{14,10} + x_{14,11} + x_{11,14} + x_{11,8} + x_{8,11} + x_{6,8} + x_{8,6} + x_{6,2} + x_{2,6} + \\ x_{2,3} + x_{3,2} + x_{3,5} + x_{5,3} + x_{1,5} + x_{5,1} &\leq 12 \\ x_{13,18} + x_{18,13} &\leq 1 \\ x_{15,16} + x_{16,15} + x_{15,17} + x_{17,15} + x_{17,16} + x_{16,17} &\leq 2 \end{aligned} \right\} (15)$$

بعد حل النموذج ظهرت جولتان فرعيتان تم اضافتها كقيود لنموذج (10، 11، 12، 13، 14 و 15) أعلاه،
والجولات يمكن تمثيلها كما يلي:

$$\left. \begin{aligned} S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,17\}, S = \{16,18\} \\ x_{1,4} + x_{4,1} + x_{4,7} + x_{7,4} + x_{7,12} + x_{12,7} + x_{9,12} + x_{12,9} + x_{10,9} + x_{9,10} + x_{10,14} + \\ x_{14,10} + x_{14,13} + x_{13,14} + x_{13,17} + x_{17,13} + x_{17,15} + x_{15,17} + x_{15,11} + x_{11,15} + x_{11,8} + \\ x_{8,11} + x_{8,6} + x_{6,8} + x_{6,2} + x_{2,6} + x_{2,3} + x_{3,2} + x_{3,5} + x_{5,3} + x_{5,1} + x_{1,5} &\leq 15 \\ x_{16,18} + x_{18,16} &\leq 1 \end{aligned} \right\} (16)$$

وأخيراً، بعد حل النموذج (10، 11، 12، 13، 14، 15 و 16) تم حذف جميع الجولات الفرعية
المذكورة آنفاً، مع الحصول على حل امثل نهائي وفقاً لدالتي الهدف f_1^* و f_2^* ، يمكن تمثيله بالآتي:

$$f_1^*(x) = 3193 \text{ km}, f_2^*(x) = 2700 \text{ minute (OR : 45 \ hour)}, \alpha^* = 1.0;$$

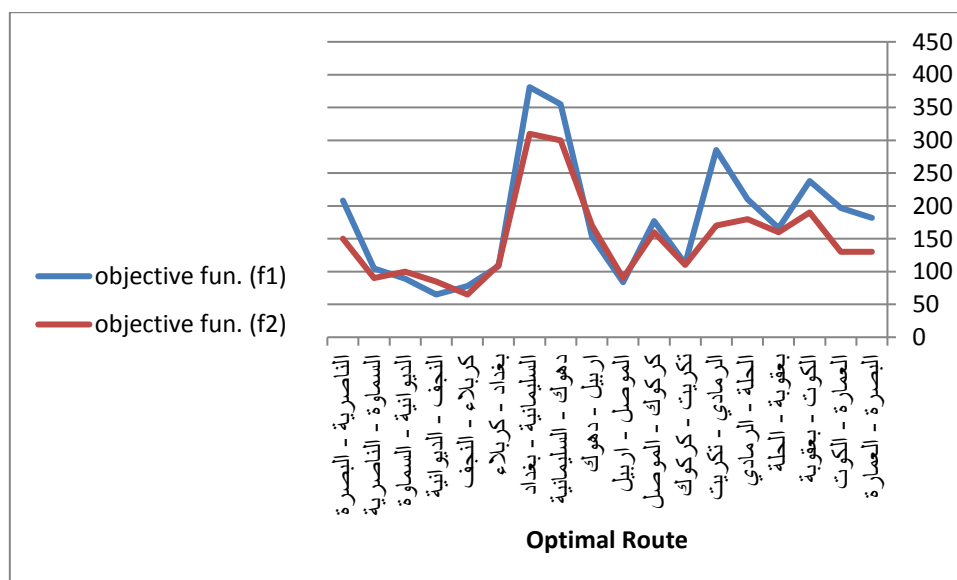
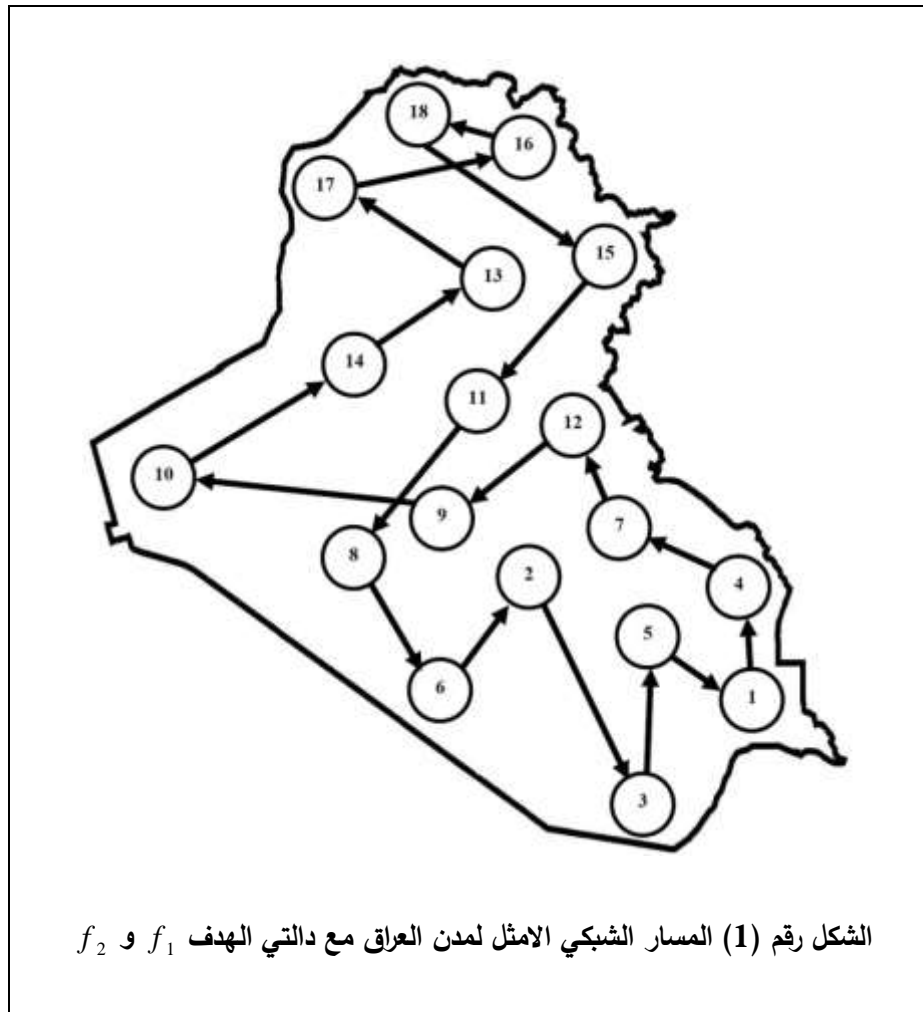
$$\left\{ \begin{aligned} x_{(1,4)}^*, x_{(4,7)}^*, x_{(7,12)}^*, x_{(12,9)}^*, x_{(9,10)}^*, x_{(10,14)}^*, x_{(14,13)}^*, x_{(13,17)}^*, x_{(17,16)}^*, \\ x_{(16,18)}^*, x_{(18,15)}^*, x_{(15,11)}^*, x_{(11,8)}^*, x_{(8,6)}^*, x_{(6,2)}^*, x_{(2,3)}^*, x_{(3,5)}^*, x_{(5,1)}^* \end{aligned} \right\} = 1.$$

إن قيمة α^* توضح مقدار الموازنة في الحصول على ادنى تخفيض لدالتي الهدف f_1^* و f_2^* ، وهي
ايضاً تبين (أي قيمة α^*) اقتراب f_1^* و f_2^* من الانجاز الامثل؛ حيث يكون الانجاز في هذا النموذج متوافق
بشكل امثل من ناحية المسافة والوقت، وإن المسار الامثل الذي يحقق ادنى تخفيض لدالتي الهدف f_1^* و f_2^*
في آن واحد هو المسار المبين ادناه في الجدول رقم (5).

جدول رقم (5) المسار الامثل الذي يحقق دالتي الهدف (المسافة والوقت)

الوقت (t) بالدقائق/ بالساعات	المسافة (d) بالكيلومتر	المسار الامثل	المدن العراقية
130	182	4 - 1	البصرة - العمارة
130	197	7 - 4	العمارة - الكوت
190	238	12 - 7	الكوت - بعقوبة
160	166	9 - 12	بعقوبة - الحلة
180	210	10 - 9	الحلة - الرمادي
170	285	14 - 10	الرمادي - تكريت
110	112	13 - 14	تكريت - كركوك
160	177	17 - 13	كركوك - الموصل
90	84	16 - 17	الموصل - اربيل
170	153	18 - 16	اربيل - دهوك
300	355	15 - 18	دهوك - السليمانية
310	381	11 - 15	السليمانية - بغداد
110	108	8 - 11	بغداد - كربلاء
65	78	6 - 8	كربلاء - النجف
85	65	2 - 6	النجف - الديوانية
100	89	3 - 2	الديوانية - السماوة
90	105	5 - 3	السماوة - الناصرية
150	208	1 - 5	الناصرية - البصرة
45 / 2700	3193	المجموع	

تم تمثيل المسار الامثل ودوال الهدف f_1 و f_2 على شكل مخطط شبكي وبياني، على التوالي وكما مبين في الآتي:



الشكل رقم (2) مخطط للمسار الامثل لمعدن العراق مع دالتي الهدف f_1 و f_2

5. الاستنتاجات

لقد تم التركيز في هذا البحث على كيفية حل مشكلة البائع المتجول متعددة الاهداف في العراق على وفق بيانات حقيقية، كذلك تم التركيز على كيفية ايجاد حل امثل متوازن يقلل التضارب الحاصل بين الاهداف ويعطي حلاً امثل نهائياً يرضي طموح صانع القرار (DM) ويحقق اقصى موازنة منجزة من ناحية ادنى تخفيض للمسافة والوقت، لذا تم في هذا البحث اقتراح نموذج البرمجة الخطية الضبابية متعددة الاهداف لحل مشكلة البائع المتجول في العراق، إذ اثبت هذا النموذج مدى الكفاءة والفعالية في حل المشكلة، حيث تم الاخذ بالحسبان دالتي الهدف (المسافة والوقت) معاً؛ ووفر اسلوب (max-min) الضبابي حلاً امثل نهائياً لكلتا دالتي الهدف مع مسار امثل واحد. إن استخدام هكذا نوع من النماذج الرياضية يعد تقنية جديدة من شأنها ان ترفع من جودة صنع القرار العقلاني في المؤسسات (على سبيل المثال: وزارة النقل/ لجنة شؤون النقل) التي تبحث عن حلول حقيقية لمشاكل الامثلية متعددة الاهداف في ظل بيئة ضبابية معقدة.

6. التوصيات

يمكن لوزارة النقل/ لجنة شؤون النقل الاستفادة من نموذج الأمثلية الضبابية متعددة الأهداف في حل مشاكل النقل الحقيقية بين المدن العراقية، ويمكن للباحثين التعمق في دراسة عدد اكبر من الاهداف لمشكلة البائع المتجول في العراق، فعلى سبيل المثال: (الكلفة الكلية (براً)، الكلفة الكلية (بحراً)، الكلفة الكلية (جواً)، كلفة الوقود، كلفة صيانة المركبات، وقت الهدر في السفر، غرامة التأخير واخيراً بدل السفر (هو مقدار التخفيض في السعر الذي يقدمه البائع إلى المشتري لتحفيزه على الشراء).

CONFLICT OF INTERESTS.

There are non-conflicts of interest

7. المصادر

1. Fisher, R., Richter, K.; Solving a multi-objective TSP by dynamic programming. *Mathematische Operationsforschung und Statistik, Series Optimization* 13(2), (1982) 247–252.
2. Gupta, A., Warburton, A.; Approximation Methods for Multiple Criteria TSPs. In: Sawaragi, Y. (ed.): *Towards Interactive and Intelligent DSS: Proceedings of the 7th International Conference on MCDM*. Springer-Verlag Berlin (1986), 211-217.
3. Gutin, G., Punnen A.; *The TSP and its Variations*. Kluwer, Dordrecht / Boston / London (2002).
4. Sigal, I. K., Algorithm for Solving the Two-Criterion Large-scale TSP. *Computational Mathematics and Mathematical Physics* 34:1 (1994), 33-43.
5. Tung, C. T., A Multi criteria Pareto-optimal Algorithm for the TSP. *Asia-Pacific Journal of Operational Research* 11 (1994), 103-115.
6. Melamed, I. I., Sigal, I. K.; The Linear Convolution of Criteria in the Bi-criteria TSP. *Computational Mathematics and Mathematical Physics* 37:8 (1997), 902-905.
7. Ehrgott, M.; Approximation Algorithms for Combinatorial MC. *International Transactions in Operations Research* 7 (2000), 5-31.
8. Borges P.C., Hansen P.H.; A study of Global Convexity for a MOTSP. In: Ribeiro C. C. and Hansen P. (Eds.), *Essays and Surveys in Metaheuristics*, Kluwer Academic, pp. (2000), 129-150.

9. Paquete, L. Chiarandini, M., Stützle, T.; Pareto Local Optimum Sets in the Bi-objective TSP: An Experimental Study. In: Gandibleux, X., Sevaux, M., Sörensen, K., T'kindt, V. (eds.): Metaheuristics for Multi-objective Optimization, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 535. Springer Berlin. (2004), 177-199.
10. Karaboga, D.; (2005). An idea based on honey bees swarm for numerical optimization. Technical report tr06, Erciyes university, engineering faculty, computer engineering department.
11. Markus, B., Bodo, M. and Oliver, P.; Approximating Multi-criteria Max-TSP. In ESA, Lecture Notes in Computer Science 5193. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. (2008), 185-197.
12. Lust, T., Teghem, J.; The Multi-objective TSP: A Survey and a New Approach. Adv. in Multi-Obj. Nature Inspired Computing, SCI 272. Springer Berlin. (2010), 119-141.
13. Garai, A., Roy, T.; Intuitionistic Fuzzy Modeling to Travelling Salesman Problem. International journal of computers & technology. Vol. 11, No. 9. (2013), 3015-3023.
14. Wang, Z., Guo, J., Zheng, M. & Ying, Y.; Uncertain Multi-Objective Traveling Salesman Problem (UMOTSP). European Journal of Operational Research 241. (2015), 478–489.
15. Mukherjee, A., Maity S., Panigrahi G. & Maiti M.; Imprecise Constrained Covering Solid TSP with Credibility. International Conference on Mathematics and Computing. (2017), 181-195.
16. Gallier, J. & Quaintance, J.; Aspects of Convex Geometry Polyhedra, Linear Programming, Shellings, Voronoi Diagrams, Delaunay Triangulations. Department of Computer and Information Science, University of Pennsylvania. Philadelphia, PA 19104 (USA); August 8, (2017). E-mail: jean@cis.upenn.edu.
17. Lancia, G. & Serafini, P.; Compact Extended Linear Programming Models. University of Udine, Italy. EURO Advanced Tutorials on Operational Research (eBook), Springer International Publishing AG (2018). <http://www.springer.com/series/13840>.
18. Antunes, C.H., et al.; Multi-objective Linear and Integer Programming. University of Coimbra, Portugal. EURO Advanced Tutorials on Operational Research (eBook), Springer International Publishing Switzerland (2016).
19. Zeleny, M.; Multiple Criteria Decision Making (MCDM). McGraw-Hill, New York, NY. (1982).
20. Jozefowicz, N., Glover, F. & Laguna M.; Multi-objective Meta-heuristics for the TSP with Profits. J Math Model Algor; Springer Science + Business Media B.V. (2008).
21. Diaby, M. & Karwan, M.H.; Advances in combinatorial optimization: linear programming formulations of the traveling salesman and other hard combinatorial optimization problems. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. (2016).
22. Zadeh, L.A.; Fuzzy sets. Information and Control 8, (1965). 338-353.
23. Bellman, R. & Zadeh, L.A.; Decision making in a fuzzy environment. Management Science 17, (1970). 141-164.
24. Gupta, P. et al.; Fuzzy Portfolio Optimization. Studies in Fuzziness and Soft Computing 316, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2014). 61-62.

25. Zimmermann, H.J.; Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*, Volume 1, Issue 1, (1978). 45-55.
26. Yih-Long, C.; "*Win-QSB*", (Published by Jon Willey and Sons), first edition, (2001).